

GỢI Ý BÀI GIẢI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2013
Môn : TOÁN - Khối : B

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

BÀI GIẢI

Câu 1 (2,0 điểm)

a) $m = -1$, hàm số thành : $y = 2x^3 - 6x$

tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -1; y(1) = -4; y(-1) = 4$$

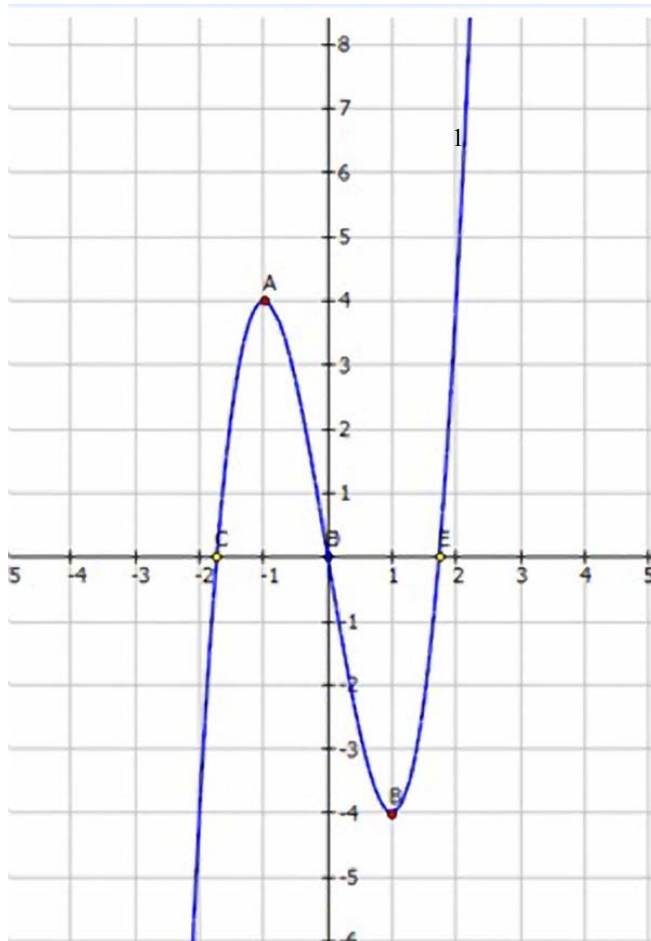
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4		-4	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$; hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$; $y(1) = -4$; hàm số đạt cực đại tại $x = -1$; $y(-1) = 4$

Đồ thị :



Câu 1b:

ta có

$$y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$$

$$\Rightarrow y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$$

HS có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm pb

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 6(m+1)x + 6m = 0 \text{ có 2 nghiệm pb}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-m) = 0 \text{ có 2 nghiệm pb}$$

$$\Leftrightarrow m \neq 1$$

Khi đó:

$$A(1; 3m-1) \quad B(m; -m^3 + 3m^2)$$

$$AB \perp y = x + 2$$

$$y = x + 2 \Rightarrow \vec{n} = (1; -1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1(l) \\ m^2 - 2m + 2 = 0(vn) \end{cases}$$

Vậy không tồn tại m.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình

$$\sin 5x + 2(\cos x)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin 5x + 2(\cos x)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 5x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow -\sin 5x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{-\pi}{14} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 3: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} \quad (2) \end{cases}$$

Điều kiện:

$$\begin{cases} 2x + y \geq 0 \\ x + 4y \geq 0 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3(y-1)x + (y-1)^2$$

$$\text{Pt } \Delta = (y-1)^2$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-1 \\ x = \frac{y-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ y = 2x+1 \end{cases}$$

Th1: $y = x+1$ thay vào (2)

$$\begin{aligned} (2) &\Leftrightarrow 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - (x+1)^2 + x + 4 = \sqrt{2x+x+1} + \sqrt{x+4(x+1)} \\ &\Leftrightarrow 3x^2 - x + 3 = \sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} \\ &\Leftrightarrow 3x^2 - x = \sqrt{3x+1} - 1 + \sqrt{5x+4} - 2 \\ &\Leftrightarrow x(3x-1) = \frac{3x}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{5x}{\sqrt{5x+4}+2} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=1 \\ \frac{3}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{5}{\sqrt{5x+4}+2} = (3x-1)(3) \end{cases} \end{aligned}$$

Pt (3) vô nghiệm

Th2: $y = 2x+1$ thay vào (2)

$$\begin{aligned} (2) &\Leftrightarrow 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - (2x+1)^2 + x + 4 = \sqrt{2x+2x+1} + \sqrt{x+4(2x+1)} \\ &\Leftrightarrow 3-3x = \sqrt{4x+1} + \sqrt{9x+4} \\ &\Leftrightarrow -3x = \sqrt{4x+1} - 1 + \sqrt{9x+4} - 2 \\ &\Leftrightarrow -3x = \frac{4x}{\sqrt{4x+1}+1} + \frac{9x}{\sqrt{9x+4}+2} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=1 \\ \frac{4}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{9}{\sqrt{5x+4}+2} = -3(4) \end{cases} \end{aligned}$$

Pt (4) vô nghiệm

So với điều kiện ta được nghiệm hpt là: $(0;1)$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} \, dx$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow t^2 = 2-x^2 \Rightarrow -x dx = t dt$$

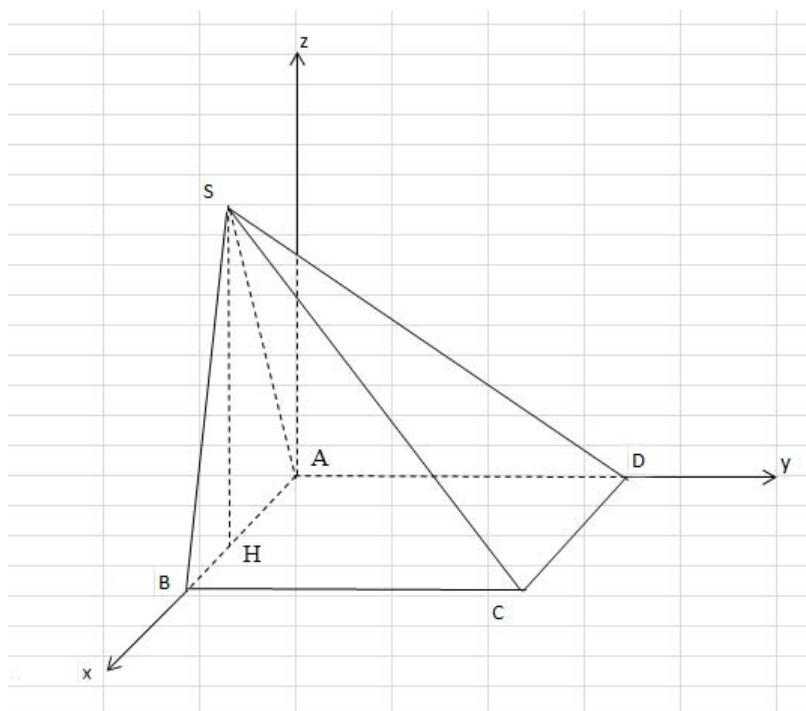
Đổi cận:

$$x=0 \Rightarrow t = \sqrt{2}$$

$$x=1 \Rightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow I = \int_1^{\sqrt{2}} -t^2 dt = \left(\frac{-t^3}{3} \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{2}-1}{3}$$

Câu 5:



Gọi H là trung điểm AB.

Tam giác SAB đều suy ra $SH \perp AB$.

$$(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$S_{ABCD} = a^2$$

$$\text{Vì } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Chọn hệ tọa độ Oxyz như hình vẽ.

$$A(0;0;0) \quad C(a;a;0) \quad D(0;a;0) \quad S\left(\frac{a}{2};0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SC} = \left(\frac{a}{2}; a; \frac{-a\sqrt{3}}{2}\right) \quad \overrightarrow{SD} = \left(\frac{-a}{2}; a; \frac{-a\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\vec{n} = [\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}] = \left(0; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; a^2\right) = a^2 \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$$

Mp (SCD) qua D và có $\vec{n} = \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$ có pt:

$$\sqrt{3}y + 2z - a\sqrt{3} = 0$$

$$d(A, (SCD)) = \frac{|\sqrt{3}.0 + 2.0 - a\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Câu 6:

$$P = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}$$

Xét

$$\begin{aligned} (a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)} &= (a+b)\sqrt{ab + 2c(a+b) + 4c^2} \\ &\leq (a+b)\sqrt{\frac{(a+b)^2}{4} + 2c(a+b) + 4c^2} \\ &= \frac{(a+b)^2 + 4c(a+b)}{2} \leq (a+b)^2 + 2c^2 \leq 2(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 4}} - \frac{9}{2(a^2 + b^2 + c^2)}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 4}$$

$$f(t) = \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2 - 4)}$$

$$\text{Xét } \Rightarrow f'(t) = \frac{-4}{t^2} + \frac{9t}{(t^2 - 4)^2}$$

$$\Rightarrow \max f(t) = \frac{5}{8} \text{ khi } t = 4 \Leftrightarrow a = b = c$$

Câu 7a:

AC qua $H(-3; 2)$ và $\perp BD$

$$\text{pt AC : } 2x - y + 8 = 0$$

Vì góc ACB = góc DBC

$$\text{Góc ACB} + \text{góc DBC} = 90^\circ$$

$$\text{Góc HBD} + \text{góc DBC} = 90^\circ$$

Suy ra

$$\text{Góc HBD} = \text{góc DBC}$$

$\Rightarrow BD$ là tia phân giác góc HBC

Mà $HC \perp BD \Rightarrow C$ là điểm đx của H qua BD.

Gọi O là giao của AC và BD.

Suy ra $O(-2; 4)$

Suy ra $C(-1;6)$

ΔHBC vuông cân tại B

$$\overrightarrow{CH} = (-2; -4) \Rightarrow CH = 2\sqrt{5} \Rightarrow BO = \sqrt{5}$$

Gọi $B(6-2b; b) \in BD$

$$OB = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(8-2b)^2 + (b-4)^2} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \Rightarrow B(-4; 5) \\ b = 3 \Rightarrow B(0; 3) \end{cases}$$

Câu 8a:

Đường thẳng d qua $A(3;5;0)$ và vuông góc với mp $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$

Nên d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; -1)$

$$\text{Pt d: } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \ (t \in R) \\ z = -t \end{cases}$$

Gọi hình chiếu A lên mp (P) là I.

Tọa độ I là nghiệm pt:

$$2(3+2t) + 3(5+3t) + t - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(1; 2; 1)$$

$$\Rightarrow A'(-1; -1; 2)$$

Câu 9a:

$$n(\Omega) = (4+3) \cdot (2+4) = 42 \text{ phần tử.}$$

Gọi A là biến cố : "2 viên bi lấy ra cùng màu"

Th1: 2 viên bi cùng màu đỏ.

Số cách: $4 \cdot 2 = 8$ cách.

Th2: 2 viên bi cùng màu trắng

Số cách: $4 \cdot 3 = 12$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 8 + 12 = 20$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$$

Câu 7b:

ta có:

$$\overrightarrow{HD} = \left(\frac{8}{5}; \frac{16}{5} \right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (2; -1)$$

$$\text{Pt BC: } 2x - y - 7 = 0$$

$$C(c; 2c-7) \in BC$$

$$\text{Gọi } B(b; 2b-7) \in BC \Rightarrow A(-b; 9-2b)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\frac{17}{5} + b; 2b - \frac{46}{25} \right)$$

Ta có: $AH \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{a_{BC}} = 0 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow B(3; -1) \Rightarrow A(-3; 3)$

AD qua $A(-3; 3)$ và có vtpt $\vec{n} = (0; 1)$

Pt AD: $y - 3 = 0$

Gọi B' đx với B qua AD $\Rightarrow B'(3; 7)$

AB' qua $A(-3; 3)$ và có vtpt $\vec{n} = (2; -3)$

Pt AB': $2x - 3y + 15 = 0$

Tọa độ C là nghiệm hpt: $\begin{cases} 2x - 3y = -15 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 11 \end{cases} \Rightarrow C(9; 11)$

Câu 8b:

$\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 2)$

$\overrightarrow{u_{\Delta}} = (-2; 1; 3)$

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

$\overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_{\Delta}}] = (7; 2; 4)$

Pt d: $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

Câu 9b:

$\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}(y+1) = 0 \end{cases} (I)$

Điều kiện:

$\begin{cases} x > 1 \\ y > -1 \end{cases}$

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}(y+1) = 0 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - 2\log_3(y+1) = 0 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ \log_3(x-1) - \log_3(y+1) = 0 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ \log_3(x-1) = \log_3(y+1) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ (x-1) = (y+1) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ x = y + 2 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} (y+2)^2 + 2y = 4(y+2) - 1 \\ x = y + 2 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 3 \\ y = -3(l) \end{cases}
\end{aligned}$$

Nguyễn Văn Nho, Hồ Thành Lợi, Nguyễn Tấn Kiệt.

www.nhanviet.edu.vn

(Trung tâm LTĐH Thành Đô – 54 Đường số 2 cư xá Đô Thành, Q3. TP.HCM)